Bac S 2019 Amérique du nord **Correction © http://labolycee.org**

EXERCICE I. NEWTON CAR (11 points)

1. Principe de propulsion de la « Newton Car »

1.1. Système S {chariot + ficelle + élastique + masselote}

Le système subit la force poids $\vec{P}$ (verticale, vers le bas) et la réaction des pailles $\vec{R}$ (verticale, vers le haut).

1.2. Le système est pseudo-isolé si les forces qu'il subit se compensent, soit $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$.

D'après la seconde loi de Newton, $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$.

Ainsi $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$, donc $\vec{p} = \overrightarrow{Cte}$.

À la date t = 0 s, le système est immobile ainsi $\vec{v} = \vec{0}$.

La quantité de mouvement définie par $\vec{p} = m.\vec{v}$ est nulle également.

D'après la seconde loi de Newton, $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$.

Ainsi $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$, donc $\vec{p} = \overrightarrow{Cte}$.

Finalement on a $\vec{p} = \vec{0}$ au cours du mouvement du système S.

1.3. Au cours du mouvement $\vec{p} = \vec{0}$, et la quantité de mouvement du système est égale à la quantité de mouvement de la masselotte + celle du chariot (on néglige les masses de la ficelle et de l'élastique).

$\vec{p} = \overrightarrow{p_{C0}} + \overrightarrow{p_{m0}} = \vec{0}$

Alors $\overrightarrow{p_{C0}} = -\overrightarrow{p_{m0}}$.

$M.\overrightarrow{v_{C0}} = -m.\overrightarrow{v_{m0}}$

$\overrightarrow{v_{C0}} = -\dfrac{m}{M}.\overrightarrow{v_{m0}}$

Le signe – dans la relation ci-dessus montre que le chariot et la masselotte se déplacent en sens opposés.

D'après la photographie, la masselotte ira vers la droite et le chariot vers la gauche.

2. Détermination de la vitesse du chariot par l'étude d'un mouvement de chute

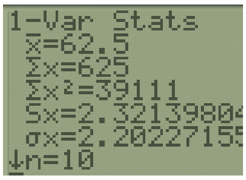
2.1. Le système {chariot} n'est soumis qu'à son poids $\vec{P}$. L'élastique n'agit plus au cours de cette phase.

2.2. Consulter le diaporama https://www.slideshare.net/Labolycee/ts-tpc2calculatricemoy-ecart

On entre les différentes valeurs de x_P dans une liste de la calculatrice.

On obtient un écart-type expérimental σ_{n-1} = 2,32 cm et une moyenne $\overline{x_P} = 62{,}5$ cm.

On calcule l'incertitude élargie $U(x_P)$ = $\dfrac{2 \times 2{,}32}{\sqrt{10}}$ = 1,467 cm.



On arrondit par excès à un seul chiffre significatif $U(x_P)$ = 2 cm.

L'incertitude porte sur les unités, on arrondit donc la moyenne également à l'unité.

x_P = 63 ± 2 cm

2.3. Système {chariot} de masse *M* supposée constante et de centre d'inertie *G*

Référentiel terrestre supposé galiléen — Repère (*Ox* ; *Oz*) indiqué dans le sujet

Forces : poids du chariot, $\vec{P} = M.\vec{g}$

les forces de frottement de l'air ainsi que la poussée d'Archimède sont négligés

Deuxième loi de Newton : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext.}} = M.\overrightarrow{a_G}$

soit $\vec{P} = M.\overrightarrow{a_G}$ soit $M.\vec{g} = M.\overrightarrow{a_G}$ d'où $\boxed{\overrightarrow{a_G} = \vec{g}}$

En projection dans le repère (Ox ; Oz) : $\boxed{\overrightarrow{a_G}\begin{pmatrix} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_z(t) = g_z = -g \end{pmatrix}}$

Or $\overrightarrow{a_G} = \dfrac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}$ donc $\overrightarrow{a_G}\begin{pmatrix} a_x = \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 0 \\ a_z = \dfrac{dv_z(t)}{dt} = -g \end{pmatrix}$ en primitivant $\overrightarrow{v_G}\begin{pmatrix} v_x(t) = C_1 \\ v_z(t) = -g.t + C_2 \end{pmatrix}$

À t = 0, $\overrightarrow{v_G}(t=0) = \overrightarrow{v_{C0}}$ avec $\overrightarrow{v_{C0}}\begin{pmatrix} v_{c0} \\ 0 \end{pmatrix}$

Donc en égalant les coordonnées des deux vecteurs, il vient $\begin{pmatrix} C_1 = v_{C0} \\ 0 + C_2 = 0 \end{pmatrix}$

Finalement : $\boxed{\overrightarrow{v_G}\begin{pmatrix} v_x(t) = v_{C0} \\ v_z(t) = -g.t \end{pmatrix}}$

Et $\overrightarrow{v_G} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc $\overrightarrow{v_G}\begin{pmatrix} v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} = v_{C0} \\ v_z(t) = \dfrac{dz(t)}{dt} = -g.t \end{pmatrix}$

en primitivant $\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} x(t) = v_{C0}.t + C_3 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + C_4 \end{pmatrix}$

À t = 0, $\overrightarrow{OG}(t=0) = \vec{0}$ donc en égalant les coordonnées des deux vecteurs $\begin{pmatrix} C_3 = 0 \\ C_4 = 0 \end{pmatrix}$

Finalement les équations horaires *x(t)* et z*(t)* sont : $\boxed{\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} x(t) = v_{C0}.t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 \end{pmatrix}}$

2.4. Déterminons l'équation de la trajectoire $z = f(x)$.

Comme $x(t) = v_0.t$ alors $t = \dfrac{x}{v_{C0}}$.

On introduit cette expression de t dans l'expression de $z(t)$.

$z(x) = -\dfrac{1}{2}.g.\dfrac{x^2}{{v_{C0}}^2}$.

Le chariot touche le sol au point P dont les coordonnées vérifient l'équation ci-dessus.

$-h = -\dfrac{1}{2}.g.\dfrac{x_P^2}{{v_{C0}}^2}$

$${v_{C0}}^2 = \frac{1}{2}.g.\frac{x_P^2}{h}$$

En ne retenant que la solution positive, $v_{C0} = \sqrt{\dfrac{1}{2}.g.\dfrac{x_P^2}{h}}$

$v_{C0} = \sqrt{\dfrac{1}{2} \times 9{,}81 \times \dfrac{0{,}63^2}{0{,}750}}$ = **1,6 m.s^{-1}**

3. Détermination de la vitesse du chariot en utilisant l'effet Doppler
3.1. Étude du son du buzzer quand la « Newton Car » est immobile.
3.1.1. Chaque pic correspond à un harmonique.
Le pic de fréquence 3175 Hz correspond au fondamental.
Le pic de fréquence 7350 Hz est l'harmonique de rang 2 avec une fréquence double de celle du fondamental.

3.1.2. Le spectre du son du buzzer montre plusieurs pics, il s'agit d'un son complexe. De plus la figure 1 montre que la tension recueillie n'est pas sinusoïdale.

3.1.3. Sur la figure 1, on lit $8T = \Delta t = 2{,}18\times10^{-3}$ s

$$f_E = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{\Delta t}{8}} = \frac{8}{\Delta t}$$

$f_E = \dfrac{8}{2{,}18\times10^{-3}}$ = 3669,72 Hz, en conservant que 3 chiffres significatifs f_E = 3,67 kHz.
Comparons avec la fréquence f_S indiquée sur le spectre :

$$\text{Écart relatif} = \frac{|f_E - f_S|}{f_S}$$

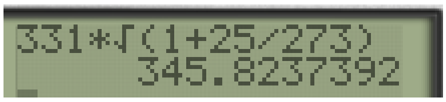
$$\text{Écart relatif} = \frac{|3669{,}7 - 3675|}{3675} = 0{,}14\ \%$$

L'écart relatif est très faible, les deux valeurs sont en accord.

3.2. Étude du son du buzzer quand la « Newton car » est en mouvement.
3.2.1. Lorsqu'un émetteur sonore est en mouvement relatif par rapport à un récepteur sonore alors la fréquence du son perçu par le récepteur est différente de celle émise.
Si le récepteur s'approche de l'émetteur alors le son paraît plus aigu.
Si le récepteur s'éloigne de l'émetteur alors le son paraît plus grave.

3.2.2. $v_{son}(\theta°C) = v_{son}(0°C) \times \sqrt{1+\dfrac{\theta}{273}}$

$v_{son}(\theta°C) = 331 \times \sqrt{1+\dfrac{25{,}0}{273}} = 346\ m.s^{-1}$



3.2.3. On considère que la fréquence du son du buzzer au repos vaut f_E = 3675 Hz.
À l'approche du chariot, on a f_R' = 3690 Hz.
D'après l'énoncé, $f_R' = f_E \cdot \left(\dfrac{v_{son}}{v_{son} - v_c}\right)$.

$(v_{son} - v_c).\ f_R' = f_E \cdot v_{son}$
$v_{son} \cdot f_R' - v_c.\ f_R' = f_E \cdot v_{son}$
$v_{son} \cdot f_R' - f_E \cdot v_{son} = v_c.\ f_R'$
$v_{son} \cdot (f_R' - f_E) = v_c.\ f_R'$

$$v_c = \frac{f_R' - f_E}{f_R'} . v_{son}$$

$$v_c = \frac{3690 - 3675}{3690} \times 345{,}8237 = 1{,}406\ m.s^{-1}$$

On retrouve une valeur proche de celle déterminée par la méthode de la chute (1,6 $m.s^{-1}$).

On utilise maintenant la partie relative à l'éloignement.
À l'approche du chariot, on a f_R = 3658 Hz.

D'après l'énoncé, $f_R = f_E \cdot \left(\dfrac{v_{son}}{v_{son} + v_c}\right)$.

$(v_{son} + v_c) \cdot f_R = f_E \cdot v_{son}$
$v_{son} \cdot f_R + v_c \cdot f_R = f_E \cdot v_{son}$
$v_{son} \cdot f_R - f_E \cdot v_{son} = - v_c \cdot f_R$
$v_{son} \cdot (f_R - f_E) = - v_c \cdot f_R$

$$v_c = \frac{f_E - f_R}{f_R} \cdot v_{son}$$

$$v_c = \frac{3675 - 3658}{3658} \times 345{,}8237 = 1{,}607 \text{ m.s}^{-1}$$

On peut faire la moyenne des deux valeurs v_c = (1,607 + 1,406) / 2 = 1,507 m.s^{-1}.

4. Optimisation de la « Newton Car »

4.1. $\Delta E_M = W(\vec{f})$
$\Delta E_C + \Delta E_{PP} = W(\vec{f})$
L'altitude reste constante au cours du mouvement donc $\Delta E_{PP} = 0$.

$$\frac{1}{2}.M.v_f^2 - \frac{1}{2}.M.v_i^2 = f \cdot d \cdot \cos 180°$$

La vitesse finale est nulle

$$-\frac{1}{2}.M.v_i^2 = -f.d$$

$$f = \frac{1}{2.d}.M.v_i^2$$

$$f = \frac{1}{2 \times 2{,}46} \times 0{,}200 \times 1{,}6^2 = \mathbf{0{,}10\ N}$$

4.2. Pour gagner le challenge, il faut que la voiture parcoure la plus grande distance possible.
Il faut réduire au maximum les forces de frottement en disposant correctement les pailles sur le sol.
Il faut augmenter la vitesse initiale v_{C0} du chariot.
On a établi au 1.3. que $\overrightarrow{v_{C0}} = -\frac{m}{M}.\overrightarrow{v_{m0}}$, ainsi $v_{C0} = \frac{m}{M}.v_{m0}$.
On peut réduire la masse M du chariot.
On peut augmenter la vitesse v_{m0} de la masselotte en utilisant un élastique plus raide, ou en tendant davantage l'élastique.