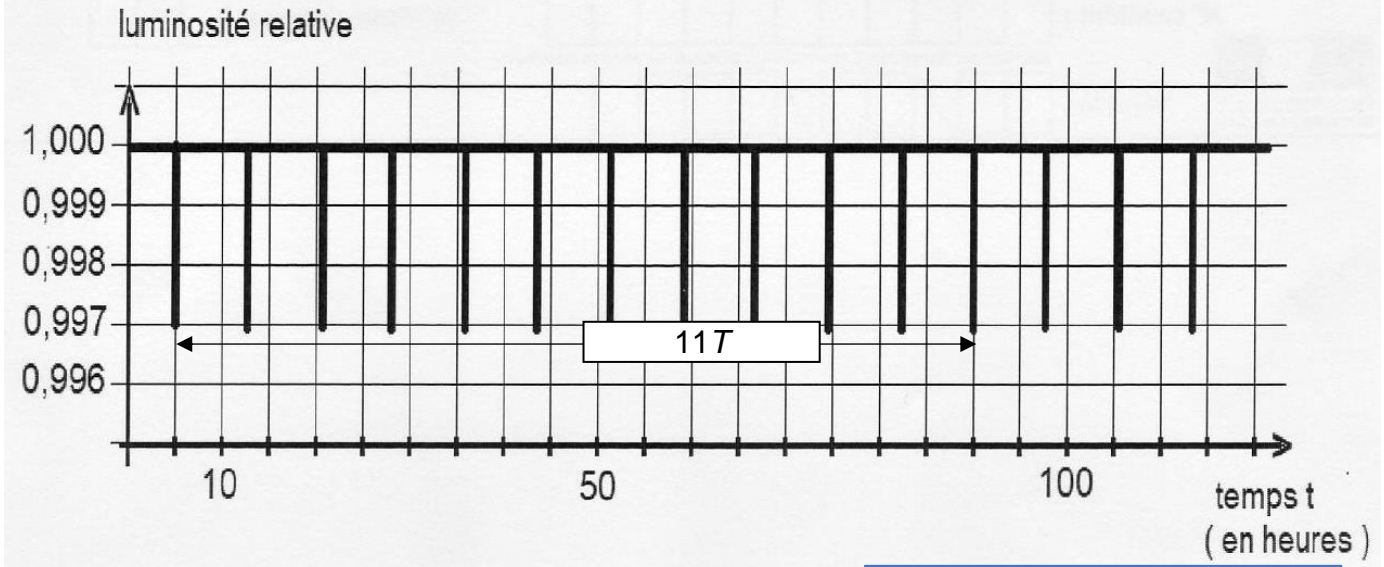


Partie A – Détection par la méthode du transit

- La variation de luminosité de l'étoile est **périodique** car elle se reproduit identiquement à **intervalle de temps réguliers**.
- Pour plus de précision, on mesure **plusieurs périodes T** :



$$11T \Leftrightarrow (90 - 5) \text{ h donc } T = \frac{85}{11} = \approx 7,7 \text{ h} = 2,78 \times 10^4 \text{ s.}$$

```

85
11
-----
7.727272727E0
Rep*3600
-----
2.781818182E4
    
```

Partie B – Mouvement de l'exoplanète GJ 367b

3. La force gravitationnelle $\vec{F}_{E/P}$ exercée par l'étoile E sur l'exoplanète P est orientée de P vers O (voir schéma).

4. Force gravitationnelle exercée par l'étoile E sur l'exoplanète P :

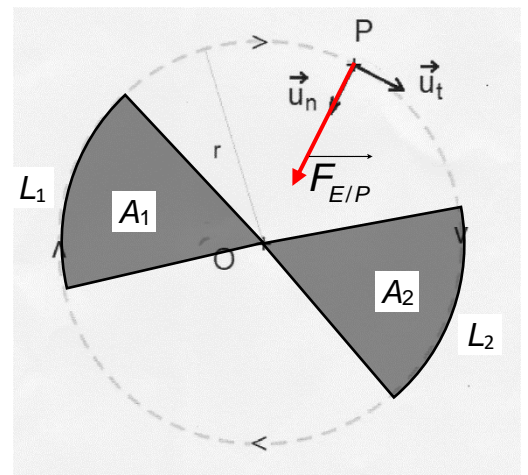
$$\vec{F}_{E/P} = \frac{G.m_p.M_E}{r^2} \cdot \vec{u}_n$$

5. Deuxième loi de Kepler ou loi des aires : dans le référentiel héliocentrique, la droite Soleil-Planète balaye des aires égales pendant des durées égales.

6. On applique la loi des aires pour le système étoile E exoplanète P. Dans le référentiel de l'étoile E, la droite OP balaye des aires égales $A_1 = A_2$ pendant la **même durée** Δt . Les arcs de cercles parcourus L_1 et L_2 sont égaux : $L_1 = L_2$.

En divisant par la même durée Δt il vient : $\frac{L_1}{\Delta t} = \frac{L_2}{\Delta t}$ donc $v_1 = v_2$.

Les vitesses sur les arcs de cercles sont égales : le mouvement de l'exoplanète P est **uniforme**.



7. Système : {exoplanète P} de masse m_P .
 Référentiel de l'étoile E supposé galiléen.
 Repère de Frenet $(P, \vec{u}_t, \vec{u}_n)$.

La seule force subie par l'exoplanète est : $\vec{F}_{E/P} = \frac{G.m_P.M_E}{r^2} \cdot \vec{u}_n$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext.} = m_P \cdot \vec{a}$ soit ici : $\frac{G.m_P.M_E}{r^2} \cdot \vec{u}_n = m_P \cdot \vec{a}$ d'où : $\vec{a} = \frac{GM_E}{r^2} \vec{u}_n$.

Dans le cas d'un mouvement circulaire et uniforme, le vecteur accélération dans le repère de Frenet s'écrit : $\vec{a} = \frac{v_P^2}{r} \vec{u}_n$.

En égalant les deux expressions du vecteur accélération : $\frac{v_P^2}{r} \vec{u}_n = \frac{G.M_E}{r^2} \vec{u}_n$.

Soit $\frac{v_P^2}{r} = \frac{G.M_E}{r^2}$ d'où : $v_P^2 = \frac{G.M_E}{r}$ et finalement en ne conservant que la solution positive :

$$v_P = \sqrt{\frac{G.M_E}{r}}$$

8. Pendant une période T , l'exoplanète parcourt la distance $2\pi r$ à la vitesse v_P soit $v_P = \frac{2\pi r}{T}$.

En égalant les deux expressions de la vitesse v_P : $\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM_E}{r}}$.

En élevant au carré : $\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM_E}{r}$ soit $4\pi^2 r^3 = T^2 GM_E$ et finalement : $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{GM_E}$.

9. $T = 7,7 \text{ h} = 7,7 \times 3600 \text{ s} = 27\,720 \text{ s}$.

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{GM_E} \text{ donc } r^3 = \frac{T^2 GM_E}{4\pi^2} \text{ et } r = \left(\frac{T^2 GM_E}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

```
((27720^2*6.67E-11*9.5E29)/(4*pi^2))^(1/3)
1072404723
```

$$r = \left(\frac{(27720)^2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 9,5 \times 10^{29}}{4\pi^2} \right)^{1/3} \approx 1,1 \times 10^9 \text{ m} = 1,1 \times 10^6 \text{ km}$$

soit 1,1 million de kilomètres donc effectivement proche d'1 million de kilomètres.

Partie C –GJ 367b : une exoplanète de fer ?

Déterminons la masse volumique $\rho_P = \frac{M_P}{V_P}$ de l'exoplanète et comparons-la à celle $\rho(\text{Fe})$ du fer.

On a : $V_P = 0,37 \times V_T$ et $M_P = 0,55 \times M_T$.

$$\rho_P = \frac{M_P}{V_P} = \frac{0,55 \times M_T}{0,37 \times V_T} = \frac{0,55 \times M_T}{0,37 \times \frac{4}{3} \pi R_T^3}$$

```
0.55*5.97E24/(0.37*(4/3)*pi*(6.37E6)^3)
8196.499
```

$$\text{soit } \rho_P = \frac{0,55 \times 5,97 \times 10^{24}}{0,37 \times \frac{4}{3} \pi \times (6,37 \times 10^6)^3} = 8,2 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \text{ et } \rho(\text{Fe}) = 7,9 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

```
(8.2-7.9)/7.9
.0379746835
```

À environ 4 % près, on retrouve la masse volumique du fer d'où la référence au fer dans le titre « Une planète de fer a été découverte ».

Remarque : la masse volumique de la Terre est $\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3} \pi R_T^3} = 5,5 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

```
5.97E24/((4/3)*pi*(6.37E6)^3)
5514.008418
```