Centres étrangers 1 2022 Jour 2 **Correction © https://labolycee.org**

Spécialité physique-chimie

EXERCICE C. Capacité thermique massique du cuivre (5 pts, 53 minutes)

Mots-clés : flux thermique, capacité thermique, loi phénoménologique de Newton

Temps de mise à température de l'échantillon de cuivre

1. Prévoir le sens du transfert thermique Q qui a lieu entre le système et le thermostat.

Le transfert thermique a lieu du corps chaud, l'air, vers le corps froid, l'échantillon de cuivre.

2. Écrire le premier principe pour le système et en déduire une relation entre le transfert thermique Q, la masse du système m, la capacité thermique massique du cuivre c et la variation de température $\Delta\theta$ du système soumis au transfert thermique.

Le système {échantillon de cuivre} est au repos macroscopique (son énergie mécanique ne varie pas) ; le 1er principe de la thermodynamique donne $\Delta U = Q + W = Q$ ici car $W = 0$ (pas d'échanges sous forme de travail).

Donc $Q = \Delta U = m.c.\Delta\theta.$ (1)

3. Donner la relation liant le transfert thermique Q et le flux thermique Φ pendant la durée très courte Δt. On suppose que Φ est constant pendant la durée Δt.

$\phi = \dfrac{Q}{\Delta t}$ ou $Q = \Phi.\Delta t$ (2)

4. En déduire une relation entre h, S, θ_{th}, $\theta(t)$, m, c, $\Delta\theta$ et Δt.

En égalant les expressions (1) et (2), on obtient $m.c.\Delta\theta = \Phi.\Delta t$ et on a $\Phi = h.S.(\theta_{th} - \theta(t))$

$m.c.\Delta\theta = h.S.(\theta_{th} - \theta(t)).\Delta t$

5. Déduire de ce qui précède l'équation différentielle donnant l'évolution de la température $\theta(t)$ du système en fonction du temps. La mettre sous la forme : $\dfrac{d\theta(t)}{dt} + \dfrac{1}{\tau}.\theta(t) = \dfrac{\theta_{th}}{\tau}$

On reprend 4) $m.c.\Delta\theta = h.S.(\theta_{th} - \theta(t)).\Delta t$

$$m.c.\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = h.S.\left(\theta_{th} - \theta(t)\right)$$

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{h.S}{m.c}.\left(\theta_{th} - \theta(t)\right)$$

En faisant tendre Δt vers 0, on obtient $\dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{h.S}{m.c}.\left(\theta_{th} - \theta(t)\right)$.

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{h.S}{m.c}.\theta_{th} - \frac{h.S}{m.c}.\theta(t)$$

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{h.S}{m.c}.\theta(t) = \frac{h.S}{m.c}.\theta_{th}$$

Avec $\tau = \dfrac{m.c}{h.S}$, on obtient $\dfrac{d\theta(t)}{dt} + \dfrac{1}{\tau}.\theta(t) = \dfrac{\theta_{th}}{\tau}$.

La solution de l'équation différentielle précédente est de la forme : $\theta(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B$ **où *A* et *B* sont deux constantes.**

6. Déterminer l'expression des constantes *A* et *B* en fonction de θa et θ_{th}. Détailler le raisonnement.

$\theta(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

Pour $t = 0$ s, $\theta(t) = A.e^{0} + B = \theta_a$ ainsi $A + B = \theta_a$

Pour t → ∞, $\theta(t) = A.e^{-\infty} + B = \theta_{th}$ donc $B = \theta_{th}$

Finalement $A = \theta_a - \theta_{th}$

$\theta(t) = (\theta_a - \theta_{th}).e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{th}$

7. Montrer que l'application numérique conduit à l'expression suivante, avec *t* en s : $\theta(t) = 100 - 79{,}5 \times e^{-\frac{t}{784}}$.

$\theta(t) = (\theta_a - \theta_{th}).e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_{th}$ avec $\tau = \dfrac{m.c}{h.S}$

On calcule $\tau = \dfrac{44{,}8 \times 10^{-3}\text{kg} \times 385 \dfrac{\text{J}}{\text{kg.K}}}{10 \dfrac{\text{W}}{\text{m}^2\text{.K}} \times 22 \times 10^{-4}\text{m}^2}$ = 784 J/W = 784 s

$\theta(t) = (20{,}5 - 100{,}0).e^{-\frac{t}{\tau}} + 100{,}0$ = $100 - 79{,}5 \times e^{-\frac{t}{784}}$.

8. Déterminer la date t_1 à partir de laquelle la température du système sera supérieure à 99 °C.

$100 - 79{,}5 \times e^{-\frac{t_1}{784}} > 99$

$100 - 99 > 79{,}5 \times e^{-\frac{t_1}{784}}$

$1 > 79{,}5 \times e^{-\frac{t_1}{784}}$

$\dfrac{1}{79{,}5} > e^{-\frac{t_1}{784}}$

$ln\left(\dfrac{1}{79{,}5}\right) > -\dfrac{t_1}{784}$

$t_1 > -784 \times ln\left(\dfrac{1}{79{,}5}\right)$

$t_1 > 3{,}43 \times 10^{3}$ s, en divisant par 3600 alors $t_1 > 0{,}953$ h

Principe de la détermination de la capacité thermique massique

9. Sachant que, dans le calorimètre, l'ensemble {échantillon de cuivre, eau} est isolé, montrer que : $c = \dfrac{m_e.c_{eau}.(\theta_f - \theta_e)}{m.(\theta_{th} - \theta_f)}$.

Si l'ensemble est isolé, alors l'eau gagne autant d'énergie que le cuivre en perd. L'énergie de l'ensemble ne varie pas. $\Delta U_{ensemble} = \Delta U_{eau} + \Delta U_{cuivre} = 0$

$m_e.c_{eau}.(\theta_f - \theta_e) + m.c.(\theta_f - \theta_{th}) = 0$

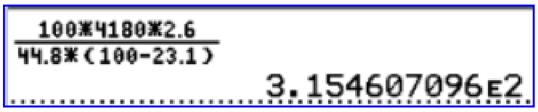
$m_e.c_{eau}.(\theta_f - \theta_e) = -m.c.(\theta_f - \theta_{th})$

$m_e.c_{eau}.(\theta_f - \theta_e) = m.c.(\theta_{th} - \theta_f)$

$c = \dfrac{m_e.c_{eau}.(\theta_f - \theta_e)}{m.(\theta_{th} - \theta_f)}$

10. Faire l'application numérique. Proposer une explication à un éventuel écart avec la valeur tabulée.

$$c = \frac{100 \times 4180 \times (23{,}1 - 20{,}5)}{44{,}8 \times (100{,}0 - 23{,}1)} = 3{,}2 \times 10^{2}\ \text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$



La valeur tabulée est plus élevée puisqu'elle vaut $3{,}85 \times 10^{2}$ J.kg^{-1}.K^{-1}.
Cet écart est sans doute dû au fait que le système {échantillon de cuivre, eau} n'est en réalité pas isolé. Une partie de la chaleur du cuivre a été dissipée vers le milieu extérieur.
On peut également supposer que le calorimètre a aussi reçu de l'énergie.