Nom : Prénom :

EXERCICE I – Extraction du gaz de schiste par électro-fracturation

L'électro-fracturation est une méthode actuellement à l'étude pour remplacer la fracturation hydraulique et extraire le gaz de schiste.

Deux électrodes sont introduites dans une cavité de la roche, remplie d'eau. Une forte tension électrique, fournie par des condensateurs, est appliquée aux bornes des deux électrodes, ce qui provoque un arc électrique, accompagnée d'une « onde de pression » qui fracture la roche en s'y propageant.

Source : d'après www.senat.fr/rap/r12-640/r12-64020.html

L'objectif de cet exercice est d'étudier la charge et la décharge des condensateurs en se basant sur les données d'une expérimentation menée à l'université de Pau et des Pays de l'Adour.

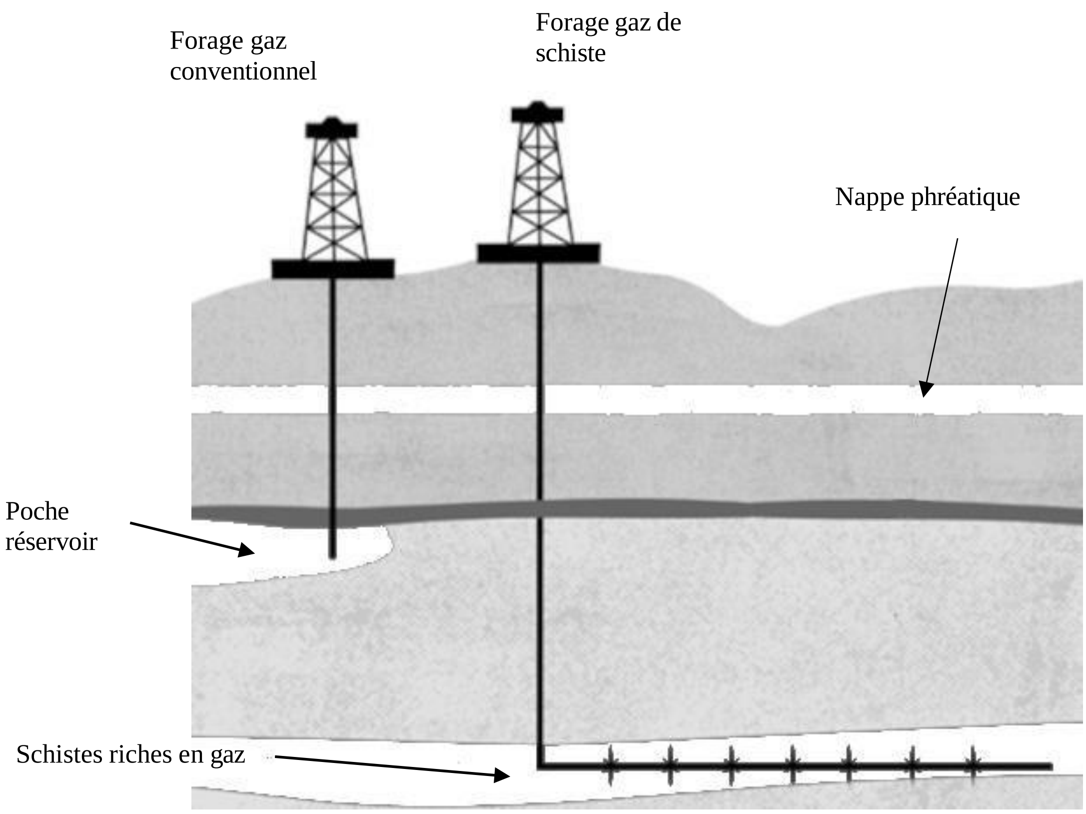


Figure 1 : Exploitation du gaz de schiste et du gaz conventionnel (source : choisir.com)

Données :

- L'énergie stockée par un condensateur peut être calculée avec la relation

$$W = \frac{1}{2} \times C \times u_C^2$$

2

avec W : énergie stockée par le condensateur en joules (J) ;
C : capacité du condensateur en farads (F) ;
u_C : tension aux bornes du condensateur en volts (V).

- Le rendement énergétique η, en %, peut être calculé avec la relation $\eta = \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{consommée}}}$

L’installation électrique permettant d’alimenter les électrodes peut être modélisée de façon simplifiée par un schéma électrique contenant (**figure 2**) :

- un interrupteur deux positions K ;
- une alimentation électrique de tension $E = 40\ \mathrm{kV}$;
- une installation permettant d’intégrer de 1 à 6 condensateurs placés en parallèle, chacun de capacité $C = 200\ \mathrm{nF}$, représentée par un condensateur équivalent de capacité C_{eq} ;
- un conducteur ohmique de résistance $R_1 = 160\ \mathrm{k\Omega}$;
- le système {électrodes + eau} qui peut être modélisé par un conducteur ohmique de résistance $R_2 = 100\ \Omega$.

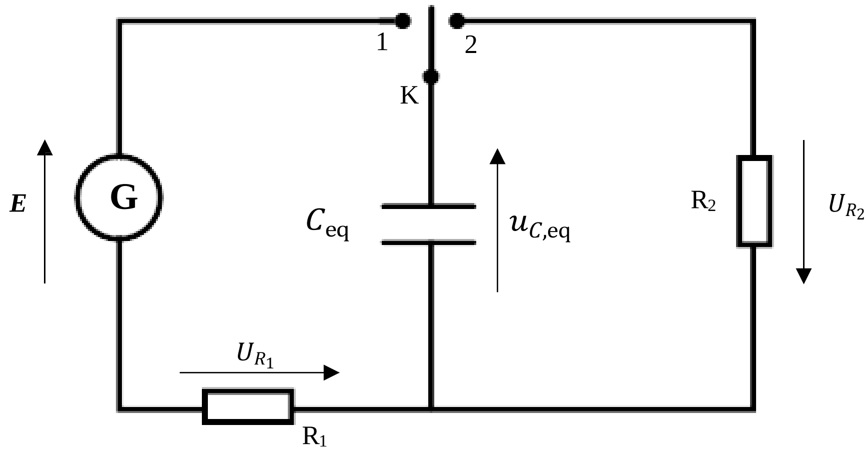


Figure 2 : schéma électrique simplifié de l’installation d’électro-fracturation

PARTIE A : Charge du condensateur équivalent

Dans cette partie, nous allons étudier la charge du condensateur équivalent de capacité C_{eq} pour déterminer l’énergie maximale stockée W_{max}. Le condensateur équivalent est initialement déchargé et l’on ferme l’interrupteur K en position 1 à l’instant $\mathrm{t} = 0\ \mathrm{s}$.

A.1. Établir l’expression liant la tension aux bornes du condensateur équivalent $u_{C,\mathrm{eq}}$, celle aux bornes du conducteur ohmique u_{R_1}, et la tension aux bornes de l’alimentation E.

A.2. Établir l’équation différentielle qui régit l’évolution de la tension $u_{C,\mathrm{eq}}$, aux bornes du condensateur équivalent lors de la charge.

A.3. Vérifier que la solution de cette équation différentielle s’écrit : $u_{C,\mathrm{eq}}(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\mathrm{charge}}}})$ et exprimer τ_{charge} en fonction de R_1 et C_{eq}.

A.4. Déterminer la capacité C_{eq} du condensateur équivalent. On détaillera le raisonnement et fera apparaître clairement une partie de la démarche sur la courbe 1 de **l’annexe à rendre avec la copie (page 10/10)**.

A.5. En déduire le nombre de condensateurs de capacité $C = 200\ \mathrm{nF}$ utilisés lors de l’expérimentation.

A.6. Déterminer l’énergie maximale W_{max} stockée dans le condensateur équivalent chargé.

PARTIE B : Décharge du condensateur équivalent

Avant l'apparition d'un arc électrique entre les deux électrodes, le condensateur équivalent est initialement chargé avec une tension $E = 40\ \mathrm{kV}$, puis il subit une pré-décharge pendant une durée $\Delta t = 12\ \mu s$. On considérera pour la suite de l'exercice que $C_{\mathrm{eq}} = 600\ \mathrm{nF}$.

Durant cette pré-décharge, la tension aux bornes du condensateur équivalent évolue selon l'expression $u_{C,\mathrm{eq}}(t) = E \times e^{-\frac{t}{R_2 C_{\mathrm{eq}}}}$.

À $t = 0\ \mathrm{s}$, on ferme l'interrupteur K en position 2.

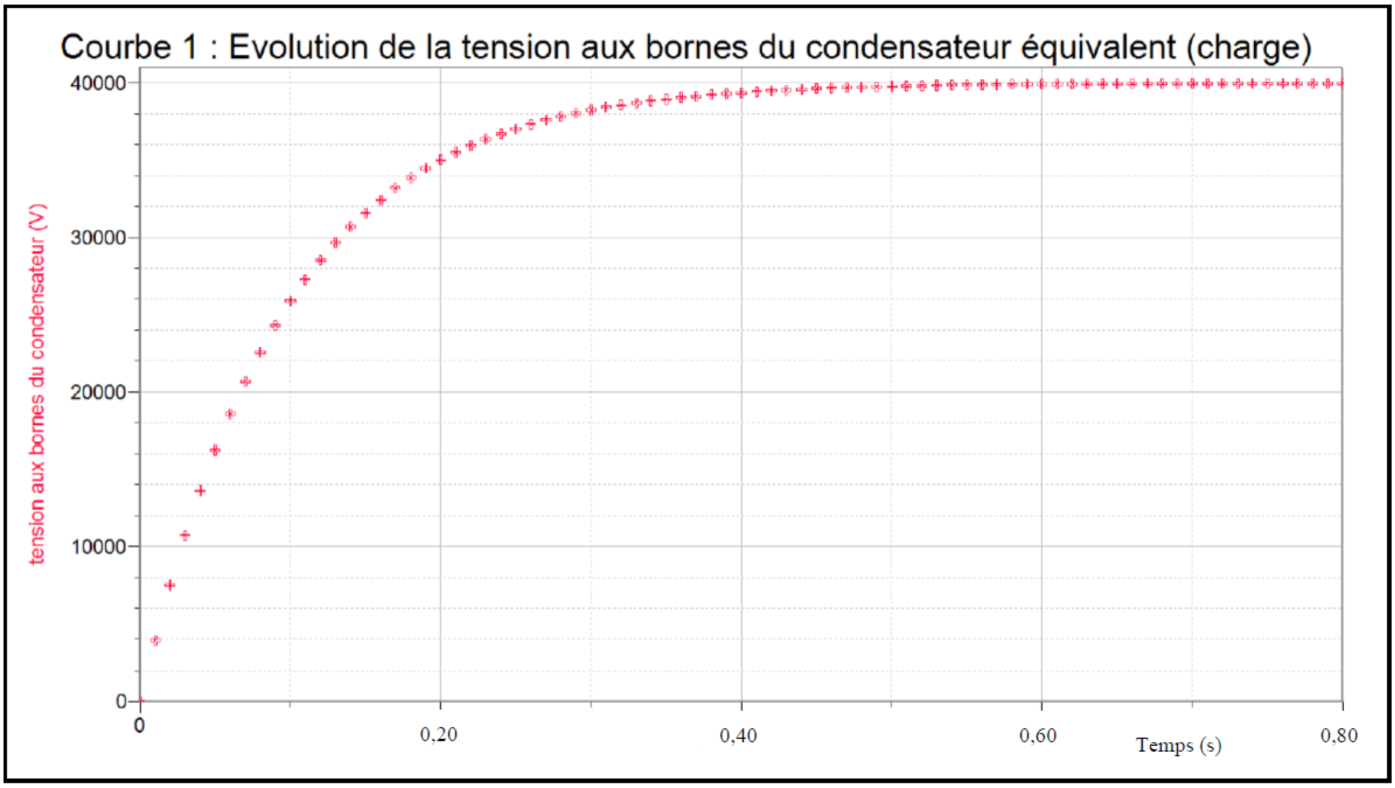
B.1. Déterminer la valeur de la tension $u_{C,\mathrm{eq}}(t = \Delta t)$ aux bornes du condensateur équivalent à la fin de la pré-décharge.

B.2. En déduire la valeur de l'énergie restante W_{arc} dans le condensateur équivalent et disponible pour la création de l'arc électrique.

B.3. Calculer le rendement énergétique η de l'installation étudiée permettant la création de l'arc électrique. Commenter.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE (même non complétée)

EXERCICE III : Charge du condensateur équivalent



EXERCICE II – Thermodynamique d’un métal

La capacité thermique massique d’un métal, notée c, est une grandeur caractéristique de ce métal. Son unité est : J·kg^{-1}·K^{-1} (ou J·kg^{-1}·°C^{-1}).
Pour une masse *m* donnée de métal, cette grandeur est reliée à la capacité thermique C par la relation $C =$.

Plusieurs méthodes expérimentales permettent de déterminer la valeur de la capacité thermique massique. L’une d’elle repose sur l’analyse des échanges thermiques entre un échantillon de métal chauffé préalablement dans une étuve et un volume d’eau à température ambiante.

Dans cet exercice, on s’intéresse tout d’abord à la durée de chauffage de l’échantillon dans l’étuve avant d’examiner la méthode mise en œuvre afin de retrouver la valeur de la capacité thermique massique du métal le constituant.

On rappelle que l’expression de la variation d’énergie interne d’un système incompressible de masse m entre deux états i et f se met sous la forme :

$$\Delta U_{i\to f} = m\ c\ \Delta\theta$$

avec c la capacité thermique massique du système étudié et $\Delta\theta = (\theta_f - \theta_i)$ la variation de température du système entre ces deux états.

Temps de mise à température de l’échantillon de cuivre

À la date *t* = 0, on place un échantillon de cuivre, initialement à la température ambiante θ_a, dans une étuve à l’intérieur de laquelle l’air est à la température $\theta_{th} = 100\ °C$.

On veut estimer la durée nécessaire pour être sûr que la température de l’échantillon de cuivre est bien de 100 °C à moins de 1 degré près.

Pour cela, on étudie l’évolution temporelle de la température (t) du système « échantillon de cuivre », de masse *m*.

Hypothèses

- La température (t) est la même en tout point de l’échantillon de cuivre.
- L’air à l’intérieur de l’étuve joue le rôle d’un thermostat. Sa température θ_{th} reste constante au cours du temps.
- Le transfert thermique entre le système et l’air à l’intérieur de l’étuve obéit à la loi phénoménologique de Newton qui exprime une relation de proportionnalité entre le flux thermique Φ et l’écart de température $(\theta_{th} - \theta\ (t))$.

$$\Phi = h\ S\ (\theta_{th} - \theta\ (t))$$

<u>Données</u> :

- θ_a = 20,5 °C θ_{th} = 100,0 °C
- Masse de l'échantillon de cuivre m = 44,8 g.
- Capacité thermique massique du cuivre, valeur tabulée : c = 385 $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.
- Surface S d'échange entre le système et l'air S = 22 cm^2
- Coefficient d'échange convectif de l'air : $h = 10\ \mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-1}$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$

1. Prévoir le sens du transfert thermique Q qui a lieu entre le système et le thermostat.

2. Ecrire le premier principe pour le système et en déduire une relation entre le transfert thermique Q, la masse du système m, la capacité thermique massique du cuivre c et la variation de température $\Delta\theta$ du système soumis au transfert thermique.

3. Donner la relation liant le transfert thermique Q et le flux thermique Φ pendant la durée très courte Δt. On suppose que Φ est constant pendant la durée Δt.

4. En déduire une relation entre h, S, θ_{th}, (t), m, c, $\Delta\theta$ et Δ .

5. Déduire de ce qui précède l'équation différentielle donnant l'évolution de la température (t) du système en fonction du temps. La mettre sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau} \times \theta(t) = \frac{\theta_{\text{th}}}{\tau}$$

τ étant un temps caractéristique $\tau = \dfrac{m\,c}{h\,S}$

La solution de l'équation différentielle précédente est de la forme :

$$\theta(t) = A \times e^{-\frac{t}{\tau}} + B$$

où A et B sont deux constantes.

6. Déterminer l'expression des constantes A et B en fonction de θ_a et θ_{th}. Détailler le raisonnement.

7. Montrer que l'application numérique conduit à l'expression suivante, avec t en s :

$$\theta(t) = 100 - 79{,}5 \times e^{-\frac{t}{784}} \qquad (°\mathrm{C})$$

8. Déterminer la date t_1 à partir de laquelle la température du système sera supérieure à 99 °C.

Principe de la détermination de la capacité thermique massique

On a placé une masse m_e d'eau dans un calorimètre. La température d'équilibre de l'eau est $\theta_e = 20{,}5\ °\mathrm{C}$. On plonge l'échantillon de cuivre à la température θ_{th} dans l'eau du calorimètre. La température finale de l'ensemble se stabilise à la valeur θ_f.

Hypothèses

- La paroi du calorimètre étant une enceinte calorifugée, il n'y a pas de transfert thermique entre l'intérieur et l'extérieur du calorimètre.
- On considère de plus, pour simplifier, que le calorimètre ne participe pas aux échanges thermiques et que, par conséquent, les échanges thermiques au sein du calorimètre n'ont lieu qu'entre l'eau et l'échantillon de cuivre.

Données :

- Masse de l'eau dans le calorimètre m_e = 100 g.
- Masse de l'échantillon de cuivre : m = 44,8 g.
- Capacité thermique massique de l'eau c_{eau} = 4180 J·kg^{-1}·K^{-1}
- Température initiale de l'eau $\theta_e = 20{,}5\ °\mathrm{C}$.
- θ_f = 23,1°C.

9. Sachant que, dans le calorimètre, l'ensemble {échantillon de cuivre, eau} est isolé, montrer que :

$$c = \frac{m_e c_{eau}(\theta_f - \theta_e)}{m\ (\theta_{th} - \theta_f)}$$

10. Faire l'application numérique. Proposer une explication à un éventuel écart avec la valeur tabulée.