Correction : fer à cheval

Q.1. $\rho = \frac{m}{V}$ donc $m = \rho \times V$

ici ρ est en $g \cdot cm^{-3}$ et V en cm^3

ok !

$m_{Fer} = 7{,}87 \times 104$

$\underline{m_{Fer} = 8{,}18 \times 10^{2}\,g} = \underline{8{,}18 \times 10^{-1}\,kg}$

Q.2. Le fer à cheval est incompressible

donc : $\Delta U = m_{Fer} \times c_{Fer} \times (\theta_0 - \theta_{Ext})$

$$\Delta U = 8{,}18 \times 10^{-1} \times 440 \times (900 - 15)$$

$$\underline{\Delta U = 3{,}19 \times 10^{5}\,J}$$

Q.3. Au niveau microscopique l'énergie cinétique augmente liée à l'agitation thermique. (L'énergie potentielle microscopique est constante)

Q.4. D'après le 1er principe de la thermo on a :

$$\Delta U = Q + \underbrace{W}_{=0}$$

donc $\Delta U = Q$

or $\Delta U = m_{Fer} \times c_{Fer} \times \Delta\theta$

donc $Q = m_{Fer} \times c_{Fer} \times \Delta\theta$

or $\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m_{Fer} \times c_{Fer} \times \Delta\theta}{\Delta t} = m_{Fer} \times c_{Fer} \times \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

or $\phi = h_{air} \times S \times (\theta_{Ext} - \theta)$

ainsi $h_{air} \times S \times (\theta_{Ext} - \theta) = m_{Fer} \times c_{Fer} \times \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

$$\frac{h_{air} \times S}{m_{Fer} \times c_{Fer}} (\theta_{Ext} - \theta) = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

en notant $\tau = \frac{m_{Fer} \times c_{Fer}}{h_{air} \times S}$ on a ;

$$\frac{1}{\tau} (\theta_{Ext} - \theta) = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

or, pour un temps très court ;

$$\frac{1}{\tau} (\theta_{Ext} - \theta) = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{1}{\tau}\times \theta_{Ext} - \frac{1}{\tau}\times\theta = \frac{d\theta}{dt}$$

donc

$$\underline{\frac{\theta_{Ext}}{\tau} = \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau}} \quad \text{avec } \tau = \frac{m_{fer}\times c_{fer}}{h_{air}\times S}$$

Q.5. On va calculer $\frac{d\theta}{dt}$ puis $\frac{\theta}{\tau}$ afin de calculer $\frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau}$:

Si $\theta(t) = (\theta_0 - \theta_{Ext})\, e^{-t/\tau} + \theta_{Ext}$

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = -\frac{(\theta_0 - \theta_{Ext})}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$\text{donc } \underline{\frac{d\theta(t)}{dt} + \frac{\theta}{\tau}} = \cancel{-\frac{(\theta_0-\theta_{Ext})}{\tau} e^{-t/\tau}} + \overbrace{\cancel{\frac{(\theta_0-\theta_{Ext})}{\tau} e^{-t/\tau}} + \frac{\theta_{Ext}}{\tau}}^{\frac{\theta}{\tau}}$$

$$\underline{= \frac{\theta_{Ext}}{\tau}}$$

donc $\theta(t) = (\theta_0 - \theta_{Ext})\times e^{-t/\tau} + \theta_{Ext}$ est solution de l'équation

Q.6. D'après l'énoncé il s'écoule environ 2min entre le moment où le fer (2) est à 900°C et le moment de la pose donc on va calculer θ à $t = 2$min

$$\theta(120) = (900 - 15)\, e^{-120/880} + 15$$

$$\underline{\theta(120)} = 787\,°C = \underline{7{,}87\times 10^2\,°C}$$

Le fer est très chaud et doit bien brûler la corne.

Q.7. Dans l'eau il faut changer la valeur de $h_{air} \rightarrow h_{eau}$ et calculer le nouveau τ :

$$\tau_{eau} = \frac{m_{fer}\times c_{fer}}{h_{eau}\times S} = \frac{8{,}18\times 10^{-1}\times 440}{360\times 293\times 10^{-4}}$$

$cm^2 \rightarrow m^2$

$cm = 10^{-2} m$

$(cm)^2 = (10^{-2} m)^2$

$cm^2 = 10^{-4} m^2$

$$\underline{\tau_{eau} = 34{,}1\,s}$$

On cherche t_{finale} pour atteindre θ_{finale}.

$$\theta_{finale} = (\theta_0 - \theta_{ext}) \times e^{-\frac{t_{finale}}{\tau_{eau}}} + \theta_{ext}$$

$$\theta_{finale} - \theta_{ext} = (\theta_0 - \theta_{ext}) \times e^{-t_{finale}/\tau_{eau}}$$

$$\frac{\theta_{finale} - \theta_{ext}}{\theta_0 - \theta_{ext}} = e^{-\frac{t_{finale}}{\tau_{eau}}}$$

$$\ln\left(\frac{\theta_{finale} - \theta_{ext}}{\theta_0 - \theta_{ext}}\right) = \ln\left(e^{-\frac{t_{finale}}{\tau_{eau}}}\right)$$

$$= -\frac{t_{finale}}{\tau_{eau}}$$

$$-\ln\left(\frac{\theta_{finale} - \theta_{ext}}{\theta_0 - \theta_{ext}}\right)\tau_{eau} = t_{finale}$$

$$t_{finale} = -34{,}1 \times \ln\left(\frac{40-15}{600-15}\right) = 108\,s$$

$$\underline{= 1{,}08 \times 10^2\,s}$$

③

Q.8. Le modèle choisit n'est pas adapté.
Les échanges avec le fer ont principalement lieu par convection et conduction mais aussi par rayonnement. La température de l'eau ne reste pas constante et, surtout, elle s'évapore donc, comme l'évaporation est un changement d'état endothermique elle va prendre de la chaleur au fer à cheval et faire baisser sa température.