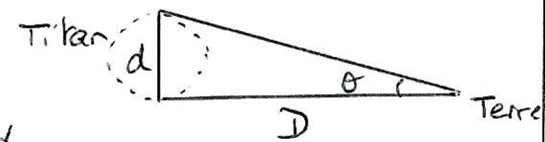
Exo 1 : autour de Saturne

Partie A



A.1. $\tan\theta \simeq \theta$

donc $\theta \simeq \dfrac{\text{côté opp}}{\text{côté adj}} = \dfrac{d}{D}$

$$\underline{\theta} = \frac{5{,}2\times10^{3}}{1{,}43\times10^{9}} = \underline{3{,}6\times10^{-6}\ \text{rad}}$$

A.2. $\underline{\theta < \varepsilon}$ donc titan n'est pas observable à l'œil nu

A.3. Titan observable si $\theta' = \varepsilon$,

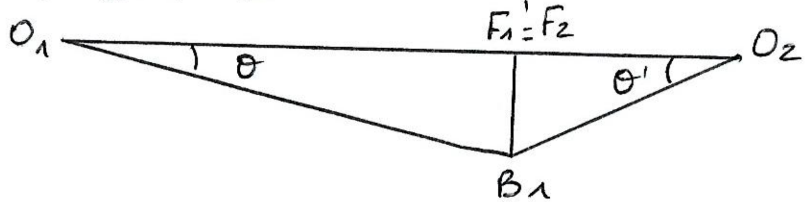
or $\underline{G} = \dfrac{\theta'}{\theta} = \dfrac{\varepsilon}{\theta} = \dfrac{3\times10^{-4}}{3{,}6\times10^{-6}} = 83 = \underline{1\times10^{2}}$ avec les CS.

Partie B

B.1. et B.2 : Voir à la fin du corrigé

B.3. On a par définition $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$

avec θ' et θ ainsi :



approximation aux petits angles :

$$\left.\begin{aligned} \theta' &= \tan\theta' = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{F_1'B_1}{O_2F_1'} \\ \theta &= \tan\theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{F_1'B_1}{O_1F_1'} \end{aligned}\right\} G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\dfrac{F_1'B_1}{O_2F_1'}}{\dfrac{F_1'B_1}{O_1F_1'}}$$

ainsi $G = \dfrac{\cancel{F_1'B_1}}{O_2F_1'} \times \dfrac{O_1F_1'}{\cancel{F_1'B_1}} = \dfrac{O_1F_1'}{O_2F_1'}$

or lentille 1 = objectif, lentille 2 = oculaire

donc $O_1F_1' = f'_{ob}$ et $O_2F_1' = f'_{oc}$

ainsi $\underline{G = \dfrac{f'_{ob}}{f'_{oc}}}$

Rq : cette démonstration est à connaître → à recopier au dos de votre carte mentale

B.4. G est maximal si $\underline{f'_{oc}\text{ est minimal}}$ car f'_{oc} est au dénominateur donc $\underline{f'_{oc} = 12\ \text{mm}}$

B.5. Titan est observable si $G > 83$ (A.3)

or $G = \dfrac{f'_{ob}}{f'_{oc}} = \dfrac{3{,}1}{12.10^{-3}} = 258 > 83$ donc Titan $\underline{\text{est observable}}$.

Pour Janus : $G_{min} = \dfrac{\varepsilon}{\theta_J} = \dfrac{3\times10^{4}}{1{,}3\times10^{-7}} = 2308 < 258$

donc $\underline{\text{Janus n'est pas observable}}$

B.6. La lunette est afocale donc

$$O_1O_2 = f'_{ob} + f'_{oc} = 3{,}10 + \underbrace{40 \times 10^{-3}}_{\text{au maximum}}$$

ainsi $\underline{O_1O_2} \simeq 3{,}140 \text{ m} \simeq \underline{3{,}1 \text{ m}}$

Partie C

C.1. La diffraction

C.2.

On a : $\underset{\text{rad}}{\alpha} = \dfrac{1{,}22 \times \lambda^{\text{— m}}}{d_{ob} \text{— m}} = \dfrac{1{,}22 \times 550 \times 10^{-9}}{260 \times 10^{-3}}$

$$\alpha = 2{,}58 \text{ rad}$$

or $\underline{\theta'} = G \times \theta = 260 \times 3{,}6 \times 10^{-6} = \underline{9{,}4 \times 10^{-4} \text{ rad}}$

$\theta' > \alpha$ donc les deux points peuvent être séparés : on peut voir Titan correctement

C.3. A une longueur d'onde donnée, le pouvoir de résolution α est d'autant plus petit que d_{ob} est grand donc il faut le diamètre de l'objectif le plus grand possible.

Partie D :

D.1. Système : {satellite} de masse m

Référentiel : saturnocentrique = galiléen

Force(s) : $\vec{F}_{S/s}$: force d'interaction gravitationnelle

D'après la 2° loi de Newton :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{or 1 seule force } \vec{F}$$

donc $\vec{F} = m\vec{a}$

masse de Saturne — masse du système = satellite

$$G \times \frac{M_S \times \cancel{m}}{r^2} \vec{u_n} = \cancel{m}\vec{a}$$

rayon de l'orbite du satellite

$$G \times \frac{M_S}{r^2} \vec{u_n} = \vec{a}$$

or, dans le repère de Frenet $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\vec{u_n} + \dfrac{dv}{dt}\vec{u_t}$

Ainsi en comparant les $\vec{a}$

Sur $\vec{u_n}$:

$$\frac{v^2}{r} = G \times \frac{M_S}{r^2}$$

$$v^2 = \frac{G \times M_S}{r^{\cancel{2}}} \times \cancel{r}$$

$$v^2 = \frac{G \times M_S}{r} \quad \text{donc}$$

Sur $\vec{u_t}$

$$0 = \frac{dv}{dt}$$

donc $v = \text{cste}$

→ le mvt est uniforme

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_S}{r}}$$

D.2. On sait que le satellite fait le tour de Saturne en parcourant une distance $d = 2\pi r$ (périmètre du cercle) en un temps $t = T$

(T : période de révolution)

donc $v = \frac{d}{t} = \frac{2\pi r}{T}$

ainsi $\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{G \times M_S}{r}}$

$$\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{G \times M_S}{r}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G \times M_S}{r}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2 \times r}{G \times M_S} = \frac{4\pi^2 r^3}{G \times M_S}$$

or $4\pi^2$, G et Ms sont des constantes donc

$$\underline{T^2 = k \times r^3} \text{ avec } \underline{k = \frac{4\pi^2}{G \times M_S}}$$

D.3 - Données : $T_J = 17\,h = 17 \times 3600\ s$

$r_J = R_J = 1{,}51 \times 10^5\ km$

$= 1{,}51 \times 10^8\ m$

On a : $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G \times M_S} \iff M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{G \times T^2}$

$$\underline{M_S} = \frac{4 \times \pi^2 \times (1{,}51 \times 10^8)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times (17 \times 3600)^2} = \underline{5{,}4 \times 10^{26}\ kg}$$

D.4. On a $v = \sqrt{\frac{G \times M_S}{r}}$: si r varie alors v varie ; comme tous les corps des anneaux n'ont pas le même rayon de trajectoire tous les corps n'ont pas la même vitesse.

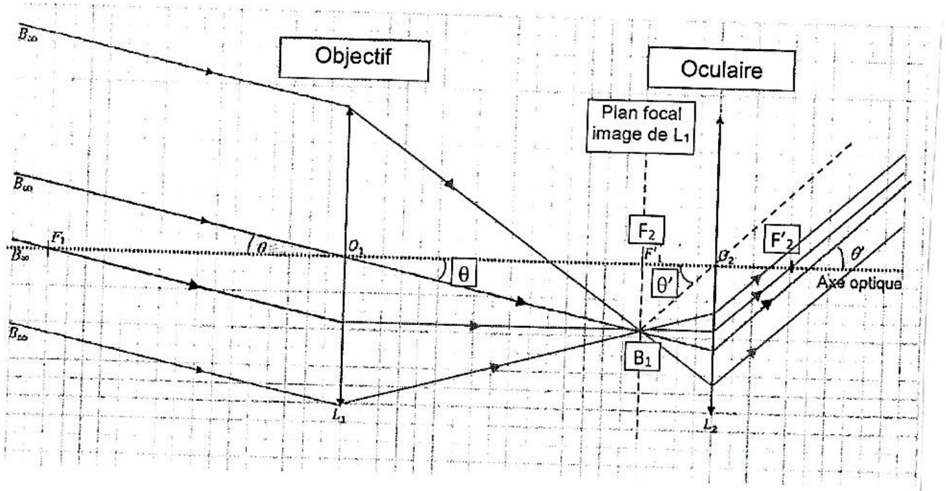
D.5. Comparons T_{ext} et T_{int}

$$\frac{T_{ext}^2}{T_{int}^2} = \frac{\frac{4\pi^2 r_{ext}^3}{G \times M_S}}{\frac{4\pi^2 r_{int}^3}{G \times M_S}} = \frac{\cancel{4\pi^2} r_{ext}^3}{\cancel{G \times M_S}} \times \frac{\cancel{G \times M_S}}{\cancel{4\pi^2} r_{int}^3} = \frac{r_{ext}^3}{r_{int}^3}$$

$$\frac{T_{ext}}{T_{int}} = \sqrt{\frac{r_{ext}^3}{r_{int}^3}} = \sqrt{\frac{(1{,}36 . 10^5)^3}{(6{,}69 . 10^4)^3}} = 2{,}90$$

Ainsi la bordure interne fait environ $\underline{3\text{ tours}}$ quant l'externe en fait 1 seul

B1et2


Objectif
Oculaire
Plan focal
image de L_1
F_2
F'_1
O_1
O_2
F'_2
F_1
θ
θ'
Axe optique
B_1
L_1
L_2
B_∞