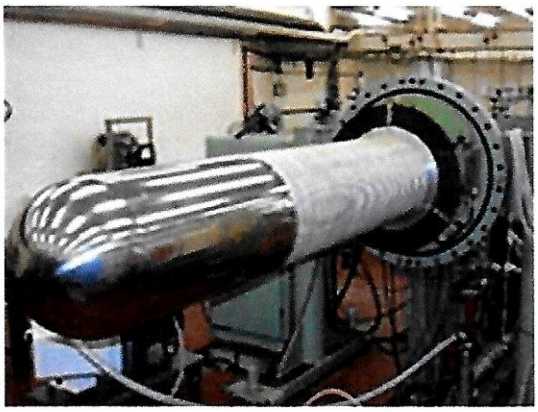
EXERCICE 3 : PRINCIPE DE L'ACCÉLÉRATEUR DE VAN DE GRAAFF (6 points)

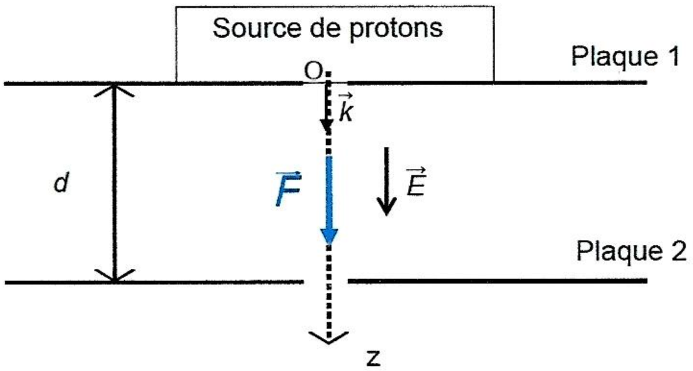
Mouvement du proton à l'entrée du condensateur plan

Q1. Force électrostatique exercée sur le proton de charge positive $q = + e$: $\vec{F} = q\vec{E} = e\vec{E}$.
La force électrostatique est colinéaire et de même sens que le champ électrique $\vec{E}$ qui va toujours du + vers le -



http://www.insp.upmc.fr/Accelerateur-d-ions-positifs-Van.html

0,25
0,25



Q2. Poids du proton : $P = m_p \times g$ soit $\boldsymbol{P} = 1{,}67\times10^{-27} \times 9{,}81$ N = $\mathbf{1{,}64\times10^{-26}}$ **N**.
0,75 Force électrostatique : $F = e \times E$ soit $\boldsymbol{F} = 1{,}6\times10^{-19} \times 1{,}5\times10^{6}$ N = $\mathbf{2{,}4\times10^{-13}}$ **N**.

$\frac{F}{P} = \frac{2{,}4\times10^{-13}}{1{,}64\times10^{-26}} = 1{,}5\times10^{13}$ donc $\boldsymbol{F = 1{,}5\times10^{13} \times P}$ F >>P

Le poids du proton est bien négligeable devant la force électrostatique qu'il subit.

Q3. Système {proton} de masse m_p.
Référentiel terrestre supposé galiléen.

Repère $(O,\vec{k})$ d'axe Oz vertical orienté vers le bas.

0,5 Forces : $\vec{F} = e\vec{E}$; le poids de l'électron est négligé devant la force électrique.

0,5 Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext.}} = m_p\vec{a}$ soit ici : $e\vec{E} = m_p\vec{a}$ d'où : $\boxed{\vec{a} = \frac{e}{m_p}\vec{E}}$.

or
0,5 $\vec{E}\begin{cases} E_x = 0 \text{ d'où} \\ E_z = E \end{cases}$ $\quad \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = \frac{e}{m_p}E \end{cases}$

Q4. Il faut intégrer a_z pour trouver v_z

0,5 $v_z = \frac{e}{m_p}E \times t + v_{0z}$ ou v_{0z} est la constante d'intégration qui dépend

des conditions initiales à t=0s, et Initialement, la vitesse du proton est

0,25 nulle donc $v_{0z} = 0$ m·s^{-1} Donc : $\boxed{v_z = \frac{e}{m_p}E\ t}$

Q5. Méthode 1 – Utilisation du théorème de l'énergie cinétique (plus rapide)
Entre les plaques 1 et 2 : $E_{C2} - E_{C1} = W(\vec{F})$. Comme $E_{C1} = 0$ J et $W(\vec{F}) = qU = eU$ il vient :

0,75 $\frac{1}{2}m_p v^2 = eU$ or $E = \frac{U}{d}$ donc $\frac{1}{2}m_p v^2 = edE$ soit $v^2 = \frac{2edE}{m_p}$ donc: $\boxed{v_2 = \sqrt{\frac{2edE}{m_p}}}$

Méthode 2 – Exploitation de l'équation horaire *z*(*t*) (plus long)

En primitivant : $z(t) = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_p}t^2 + z_0$ où z_0 est une constante d'intégration à l'état initiale $t = 0\,s$

Initialement, le proton est situé à l'origine O du repère $z(0) = 0$ m

Finalement : $\boxed{z(t) = \frac{eE}{2m_p}t^2}$

Au point de sortie de la plaque 2, le proton a parcouru la distance *d* à la date t_2 telle que :

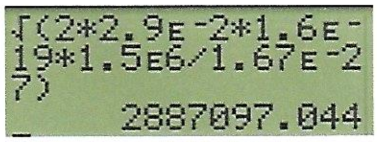
z = d soit $t_2^2 = \frac{2m_p d}{eE}$ donc $t_2 = \sqrt{\frac{2m_p d}{eE}}$.

On reporte l'expression de t_2 dans *v* (*t*) : $v_2(t) = \frac{eE}{m_p}t_2$ soit

$\rightarrow v_2 = \frac{eE}{m_p}\sqrt{\frac{2m_p d}{eE}}$

$v_2 = \sqrt{\frac{2m_p d\,(eE)^2}{eEm_p^2}} = \sqrt{\frac{2deE}{m_p}}$. $\boxed{v_2 = \sqrt{\frac{2edE}{m_p}}}$.

$v_2 = \sqrt{\frac{2\times1{,}6\times10^{-19}\times2{,}9\times10^{-2}\times1{,}5\times10^{6}}{1{,}67\times10^{-27}}} = \mathbf{2{,}9\times10^{6}\ m\cdot s^{-1}}$.



Cette vitesse n'est pas comprise entre $2{,}3\times10^7$ m·s^{-1} et $3{,}1\times10^7$ m·s^{-1}.
Elle est donc insuffisante pour analyser un objet d'art.

Accélérateur de Van de Graaff.

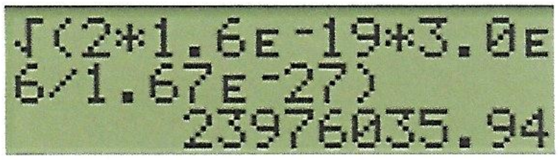
VOIR COMPLÉMENT en fin de corrigé

Q6. Entre la première et la dernière plaque des 69 condensateurs : $E_{Cf} - E_{C1} = W(\vec{F})$.

0,75 Comme $E_{C1} = 0$ J et $W(\vec{F}) = qU = eU$ il vient $\boxed{E_c(final) = eU}$

Q8. Entre la première et la dernière plaque des 69 condensateurs, la tension électrique vaut :
$U = 3{,}0$ MV $= 3{,}0\times10^6$ V.
Le théorème de l'énergie cinétique donne :

1 $\frac{1}{2}m_p v_f^2 = eU$ donc $v_f^2 = \frac{2eU}{m_p}$ soit $\boxed{v_f = \sqrt{\frac{2eU}{m_p}}}$.



$v_f = \sqrt{\frac{2\times1{,}6\times10^{-19}\times3{,}0\times10^{6}}{1{,}67\times10^{-27}}} = \mathbf{2{,}4\times10^{7}\ m\cdot s^{-1}}$.

Cette vitesse est bien comprise entre $2{,}3\times10^7$ m·s^{-1} et $3{,}1\times10^7$ m·s^{-1}. Elle est donc suffisante pour analyser un objet d'art.