Physique

Exercices n°3 : MOUVEMENT PARABOLIQUE

Exercice 1 : Le trébuchet.

Le trébuchet est une machine de guerre utilisée au Moyen-Âge au cours des sièges de châteaux forts (Fig. 1). Le projectile pouvait faire des brèches dans les murailles des châteaux forts situés à plus de 200 m du trébuchet.

fig. 1 : Un trébuchet

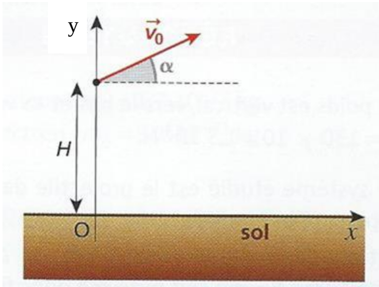


Fig.2 : Tir à trébuchet.

Un contrepoids relié à un levier est maintenu à une certaine hauteur. Il est brusquement libéré. Au cours de sa chute, il agit sur un levier au bout duquel se trouve une poche en cuir dans laquelle est placé le projectile. Lors de sa libération, le projectile de la poche se trouve à une hauteur H = 10 m et est projeté avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale (Fig. 2).

Le mouvement du projectile s'effectue dans un champ de pesanteur uniforme.

Données :

- Masse du projectile m = 130 kg.
- Intensité du champ de pesanteur g = 10 $m.s^{-2}$.
- hauteur du projectile au moment du lancer : H = 10 m.

Le système étudié est le projectile. Les frottements de l'air et la poussée d'Archimède sur le projectile seront négligés dans cette étude.
Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est parallèle à l'axe (Oy).

1) Quel est le référentiel ?
2) Quel est le système ?
3) Faire le bilan des forces.
4) Donner les caractéristiques (sens, direction et valeur) du poids $\vec{P}$ du projectile.
5) En appliquant la deuxième loi de Newton dans le cadre de la chute libre, déterminer les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération du centre d'inertie du projectile dans le repère indiqué.
6) Donner les expressions des coordonnées du vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$.
7) Déterminer l'expression des coordonnées horizontale et verticale $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse $\vec{v}$ du système au cours de son mouvement.
8) En déduire la nature du mouvement du projectile en projetant sur l'axe horizontal. Justifier.
9) Déterminer l'expression des équations horaires du mouvement du projectile donnant x(t) et y(t).
10) Montrer que l'équation de la trajectoire du projectile est la suivante :

$$y(x) = -\frac{1}{2}\frac{g}{{v_0}^2 \cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + H$$

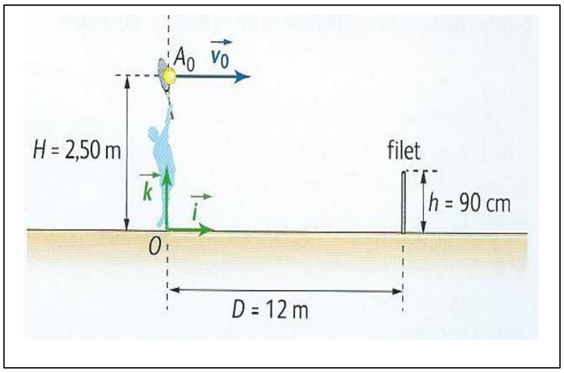
11) En utilisant l'équation de la trajectoire, indiquer les paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement du projectile.

12) Dans le cas où le projectile est lancé avec une vitesse initiale horizontale, montrer que l'abscisse de son point de chute est : $x = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$

13) Avec quelle vitesse initiale v_0 horizontale, le projectile doit-il être lancé pour atteindre la base du mur situé à une distance x = 100 m ?

Exercice 2 : Service au tennis

Au service, un joueur de tennis lance la balle verticalement et la frappe avec sa raquette quand elle est à une hauteur H = 2,50 m du sol. Le joueur lui communique alors une vitesse horizontale de valeur v_0 = 20,0 m.s^{-1}. La balle passera-t-elle au-dessus du filet ?



1) En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ de la balle et en déduire les coordonnées $a_x(t)$ et $a_z(t)$ de la balle modélisée par un point matériel A.
2) Établir que les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OA}$ de la balle sont les suivantes:

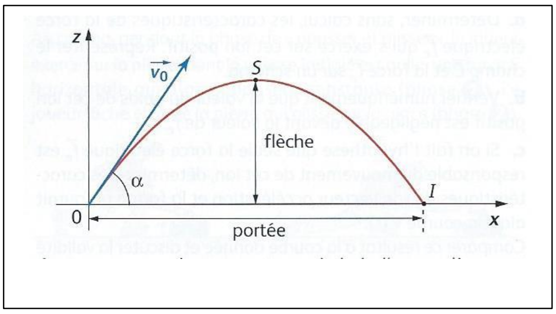
   $x(t) = v_0t$

   $z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + H$

   En déduire l`équation de la trajectoire de la balle.
3) La balle passera-t-elle au-dessus du filet situé à D =12,0 m de la position de lancement ? La hauteur du filet à cet endroit est h = 90,0 cm.

Exercice 3 : Flèche et portée

Une balle de golf, que l'on modélisera par un point matériel A, est lancée d'un point O, situé au niveau du sol avec une vitesse $\vec{v}_0$, vecteur formant un angle α avec l'horizontale.
On appelle «flèche» l'altitude la plus élevée atteinte par le projectile et « portée » la distance entre le point de lancement O et le point d'impact I sur le sol.



On suppose que les interactions de la balle avec l'air sont négligeables.

1) Donner l'expression des coordonnées v_{0x} et v_{0z} dans le repère $\{0; \vec{\imath}, \vec{k}\}$ du vecteur vitesse $\vec{v}_0$ à l'instant t_0 = 0 s de lancement de la balle en fonction de v_0 et de α.
2) En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du projectile et en déduire les coordonnées a_x et a_z dans le repère $\{0; \vec{\imath}, \vec{k}\}$.
3) Établir que les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ du projectile sont:

   $v_x = v_0\cos\alpha$ et $v_z = -gt + v_0\sin\alpha$
4) Établir que les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OA}$ du projectile sont les suivantes :

   $x = (v_0 \cos \alpha)\, t$

   $z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin \alpha)\, t$ puis en déduire l'équation de la trajectoire du projectile
5) La valeur de la vitesse est-elle nulle au point S?
6) Déterminer l'expression de la flèche.
7) Établir les coordonnées du point d'impact I de la balle sur le sol et indiquer l'expression de la portée du tir.
8) Calculer la flèche et la portée quand α = 30° et v_0 = 18 m.s^{-1}.